



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ – 07.02.2026
CLASA a VIII - a

Problema 1 (22,5p)

a) Demonstrați că pentru orice $x \in [0; +\infty)$, are loc inegalitatea :

$$\frac{1}{x^2-6x+16} \leq \frac{x+2}{32}$$

b) Arătați că ,pentru orice $x, y, z \in [0; +\infty)$ astfel încât $x+y+z=6$, are loc inegalitatea :

$$\frac{1}{x^2-6x+16} + \frac{1}{y^2-6y+16} + \frac{1}{z^2-6z+16} \leq \frac{3}{8} \quad \text{G.M.}$$

Problema 2 (22,5p)

Dacă $x \in [-1; 3]$ și $y \in [-2; 7]$ iar $E(x, y) = x^2 + 2x + y^2 - 4y$, arătați că $E(x, y) \in [-5; 36]$

Problema 3 (22,5p)

Se dă cubul $ABCD A'B'C'D'$ de muchie a . Fie Q piciorul perpendicularei din B pe $A'C$.

a) Arătați că $\frac{QC}{A'C} = \frac{1}{3}$

b) Dacă R este simetricul punctului D față de punctul A și $\{P\} = CR \cap DB$, arătați că $QP \parallel (ADD')$.

Problema 4 (22,5p)

În tetraedrul regulat ABCD , având muchia 30 cm , se știe că M este mijlocul muchiei AB, iar O centrul bazei BCD.

- a) Determinați poziția punctului T pe latura BD pentru care suma OT+TM este minimă;
b) Aflați perimetrul triunghiului MTO, unde T este anterior determinat.

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru : 3 ore.

Din oficiu :10 p